Innlevering 11

19.5

- M = {1, 2, 3, 4, 5}

A) 2 * (4!) = 48
B) Det er $|M|^{|M|}$ = 5^{5} = 3125 forskjellige funskjoner fra M til M. |M|! = 5! = 120 av dem er bijeksjoner.

20.10

A)

- G = $\mathbb{N}$
- a • b = a + b
- ⟨G, •⟩ blir ikke en gruppe, fordi:
  - Alle elementer har en invers; inverset til et positivt tall ville vært et negativt tall, men det er ikke en del av G.

B)

- G = $\mathbb{Z}$
- ⟨G, •⟩ blir en gruppe, fordi:
  - • er assosiativ.
  - Det finnes et identitetselement for •; x + 0 = 0 + x = x.
  - Alle elementer har en invers; x + -x = -x + x = 0.

C)

- G = $\mathbb{Z}$
- a • b = a * b
- ⟨G, •⟩ blir en ikke gruppe, fordi:
  - Alle elementer har ikke en invers; x * -x ≠ 0.

D)

- $G = \mathbb{R}$
- $a \bullet b = a + b$
- $\langle G, \bullet \rangle$ blir en gruppe, fordi:
  - $\bullet$ er assosiativ.
  - Det finnes et identitetselement for $\bullet$; $x + 0 = 0 + x = x$.
  - Alle elementer har en invers; $x + -x = -x + x = 0$.

E)

- $G = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $a \bullet b = a * b$
- $\langle G, \bullet \rangle$ blir ikke en gruppe, fordi:
  - Alle elementer har ikke en invers; $x * -x \neq 0$.

F)

- $G = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $a \bullet b = a + b$
- $\langle G, \bullet \rangle$ blir en gruppe, fordi:
  - Det finnes ikke et identitetselement; identitetselementet til + hadde vært 0, men det er ikke en del av G.