Innlevering 3

4.8

D) $((P \to Q) \land \neg Q) \to \neg P$

P	Q	$(P \to Q)$	$\neg Q$	$\neg P$	$((P \to Q) \land \neg Q) \to \neg P$
1	1	1	0	0	$(1 \land 0) \to 0$: $0 \to 0$: 1
1	0	0	1	0	$(0 \land 1) \to 0$: $0 \to 0$: 1
0	1	1	0	1	$(1 \land 0) \to 1$: $0 \to 1$: 1
0	0	1	1	1	$(1 \land 1) \to 1$: $1 \to 1$: 1

$(((P \to Q) \land \neg Q) \to \neg P)$ er en tautologi; for alle kombinasjoner av variablene blir formelen 1.

E) $\neg (P \lor Q) \land (\neg Q \lor R) \land (\neg R \lor P)$

P	Q	R	$\neg (P \lor Q)$	$(\neg Q \lor R)$	$(\neg R \lor P)$	$\neg (P \lor Q) \land (\neg Q \lor R) \land (\neg R \lor P)$
1	1	1	0	-	-	0
1	1	0	0	-	-	0
1	0	1	0	-	-	0
1	0	0	0	-	-	0
0	1	1	0	-	-	0
0	1	0	0	-	-	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1

$(\neg (P \lor Q) \land (\neg Q \lor R) \land (\neg R \lor P))$ er hverken en tautologi eller en kontradiksjon, siden det finnes både variabelkombinasjoner hvor den er sann og kombinasjoner hvor den er usann.

F) $(\neg (P \vee Q)) \wedge P$

P	Q	R	$\neg (P \vee Q)$	$(\neg (P \vee Q)) \wedge P$
1	1	1	0	$0 \wedge 1$: 0
1	1	0	0	$0 \wedge 1$: 0
1	0	1	0	$0 \wedge 1$: 0
1	0	0	0	$0 \wedge 1$: 0
0	1	1	0	$0 \wedge 0$: 0
0	1	0	0	$0 \wedge 0$: 0
0	0	1	1	$1 \wedge 0$: 0
0	0	0	1	$1 \wedge 0$: 0

$((\neg (P \vee Q)) \wedge P)$ er en kontradiksjon, siden det ikke finnes noen kombinasjon av variablene som gjør den sann.

5.5

- Påstand: Hvis $(P \to Q)$ og $(Q \to R)$ er sanne, så er $(P \to R)$ sann

A) Direkte bevis:

Vi vet at det eneste tilfellet hvor $(P \to R)$ er usann er hvis P er sann og R er usann. Derfor må vi bevise at hvis P er sann, er R sann.

Når $(P \to Q)$ er sann, og P er sann, må Q være sann. Når $(Q \to R)$ er sann, og Q er sann, må R være sann. Da vet vi at når P er sann, og $(P \to Q)$ er sann, og $(Q \to R)$ er sann, må R være sann. Siden det eneste tilfellet hvor $(P \to R)$ er usann er at P er sann og R er usann, vet vi at $(P \to R)$ er sann hvis $(P \to Q)$ og $(Q \to R)$ er sanne.

C) Motsigelsesbevis:

Anta at P er sann og R er usann, den eneste kombinasjonen som gjør $(P \to R)$ usann. Da vet vi at Q er usann (den eneste måten $(Q \to R)$ er kan være sann hvis R er usann), som betyr at P er usann (den eneste måten $(P \to Q)$ kan være sann hvis Q er usann). Dette motsier antagelsen om at P er sann.

Contradiction!